# 2기계 생산 라인의 생산성 최적화

이지환, 박경준*
DGIST

{hwan3401, kjp}@dgist.ac.kr

# Productivity optimization in two machines production line

Jihwan Lee, Kyung-Joon Park*
Daegu Gyeongbuk Institute of Science & Technology (DGIST)

## 요 약

최근 전 세계적으로 스마트 팩토리가 구현되고 있다. 스마트 팩토리를 구현하는 궁극적인 이유는 생산성 향상과 효율성 제고 이다. 전체 공정의 생산성을 높이기 위해서는 생산 라인의 분석과 이를 통한 생산성 최적화가 필요하다. 본 논문에서는 두 개의 기계로 구성된 생산 라인의 생산성 최적화 문제를 분석한다.

## Ⅰ. 서론

최근 독일의 인더스트리 4.0에서 시작된 4차 산업혁명이 전 세계적으로 확산되고 있다. 4차 산업혁명에서 스마트 팩토리를 구현하는 것이 산업적인 측면에서 가장 중요하다고 일컬어지는데, 그 이유는 생산성 향상과 효율성 제고 이다.

생산성을 향상시키기 위해서는 생산라인 분석을 통한 병목 구간의 판단, 기계 사이클 타임 최적화, 기계 성능 향상을 통한 고장 시간 대비 가동 시간의 최대화가 필요하다. 특히, 자동화 기계의 가동 시간을 높이기 위해서 큰 비용이 소모되기 때문에 가동 시간 대비 생산성의 변화를 정량적으로 분석하여 생산성을 최적화 할 필요성이 있다. 본 논문에서는 두 개의 기계로 구성된 생산라인에서의 생산성 최적화 문제를 설계한다.

## Ⅱ. 본론

본 논문에서 다루는 생산 시스템은 다음 그림과 같다.

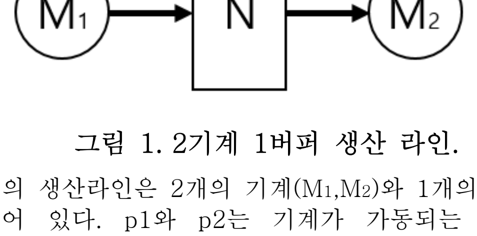


**그림 1. 2기계 1버퍼 생산 라인.**

그림의 생산라인은 2개의 기계($M_1$,$M_2$)와 1개의 버퍼로 구성되어 있다. p1와 p2는 기계가 가동되는 확률로, 베르누이 확률 분포를 따른다고 가정한다. 버퍼는 컨베이어 벨트나 캐리어 같이 제품이 다음 기계로 이동할 때 저장되는 장치를 말한다. N은 버퍼의 최대 용량으로, 버퍼 안에 들어 갈 수 있는 제품의 최대 개수를 뜻한다.

베르누이 확률 분포를 따르는 위의 생산 라인은 다음 5가지 가정을 따른다 [1].

1) 시간이 이산화(슬롯화) 되어있고, 하나의 시간 슬롯은 기계의 사이클 타임과 같다.
2) 모든 시간 슬롯은 독립적이고 슬롯의 시작 시점에 기계의 상태가 결정된다. 따라서 과거의 상태는 현재의 상태 변화에 영향을 주지 못한다.
3) 기계의 고장 확률은 오직 시간에 대한 함수이다.
4) 첫 번째 기계는 지속적으로 제품이 공급되고, 마지막 기계에는 막힘 현상이 일어나지 않는다.
5) 후속 기계가 막혀 있을 때 이전 기계는 가동을 중단한다.

위의 가정을 만족할 때 두 기계 $M_1$과 $M_2$의 가동 확률에 의한 버퍼 내부의 제품 개수 변화를 다음과 같은 마르코프 체인으로 표현할 수 있다.

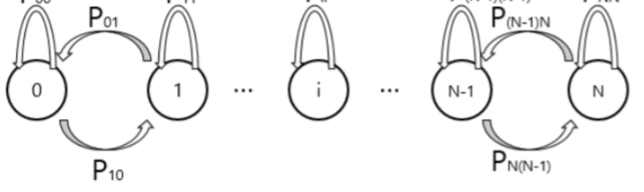


**그림 2. 전이 다이어그램(마르코프 체인).**

여기서 원 내부의 숫자는 버퍼 안에 있는 제품의 개수이고, $P_{00}$~$P_{NN}$은 버퍼 내부의 제품 개수 변화 확률을 뜻하는 전이 확률이다. 위의 마르코프 체인에서 얻어진 균형 방정식을 풀면 정상 상태 확률인 $P_0$를 구할 수 있다 [1].

$$P_0 = \begin{cases} (1-p_1)(1-\alpha)/(1-p_1(\alpha\text{^}N)/p_2)\ , \text{ if } p_1 \neq p_2 \\ 1-p/N+1-p\ , \text{ if } p_1=p_2=p \end{cases}$$

$^*(\alpha=p1(1-p2)/p2(1-p1))$

$P_0$는 정상 상태에서 버퍼가 비어 있을 확률이다. 그림 1의 생산라인의 생산성(Production rate)을 다음과 같이 정의한다 [1].

$PR = P[\{m_2$가 가동할 확률$\}]P[\{$버퍼가 비어있지 않을 확률$\}]$
$= p_2(1-P_0)$

생산성은 p1,p2,N에 대한 함수이기 때문에 아래와 같이 p1,p2,N에 대한 최적화 문제로 표현 할 수 있다.

$$\max_{p_1,p_2,N} p_2(1-P_0)$$
$$\text{s.t} \quad p_1+p_2 = 1$$
$$0<p_1,\ 0<p_2$$
$$N=1,\ N=100$$

동등 제한 조건인 p1+p2=1은 그림 1의 생산라인에서 작업자가 기계의 가동 확률을 조정 할 수 있다고 가정했을 때, 두 기계 $M_1$과 $M_2$의 가동 확률을 제한된 범위 안에서만 조정할 수 있음을 의미한다. 그리고 버퍼 최대 용량은 2가지의 경우로 나누어서 분석하였다. 그림 3에서 목적함수의 헤이시안 행렬(H)이 대칭 행렬임을 알 수 있고, 그림 4에서 H의 고유값이 모두 0이하 이므로 H가 음의 준정부호 행렬임을 알 수 있다. 따라서 목적함수는 오목함수이다 [2].

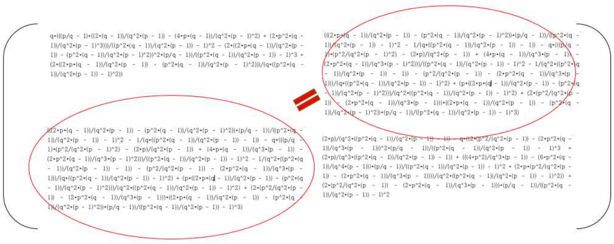

그림 3. 생산성 함수의 헤이시안 행렬.

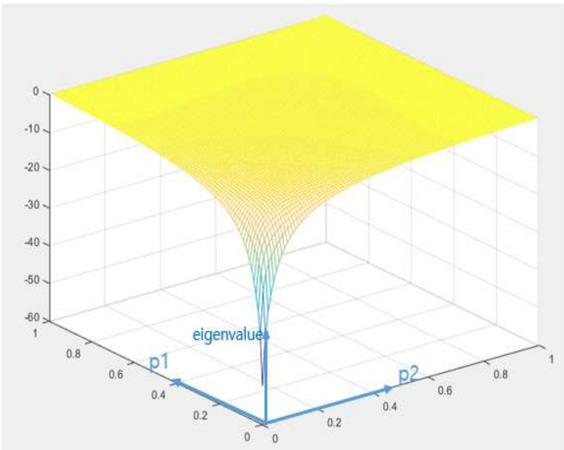


그림 4. 헤이시안 행렬의 고유값.

그림 5는 N이 두 가지 경우 일 때, 매트랩 시뮬레이션에서 p1과 p2에 따른 생산성을 나타낸 그래프이다. 결과적으로, N에 관계없이 p1과 p2가 0.5로 서로 같을 때 생산성이 최대가 되고, N이 커질수록 생산성의 최댓값이 p1,p2와 같은 값으로 수렴함을 알 수 있다.

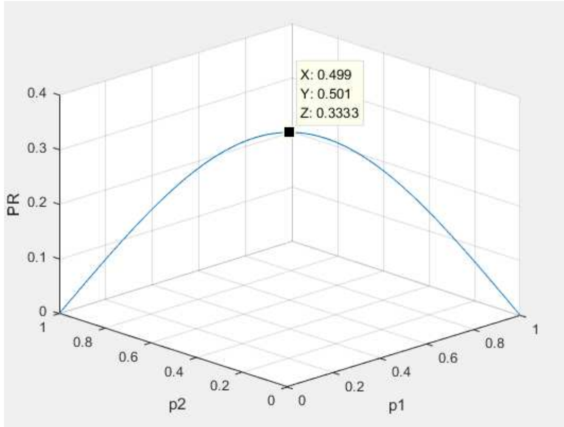


그림 5. 생산성 함수 (N=1).

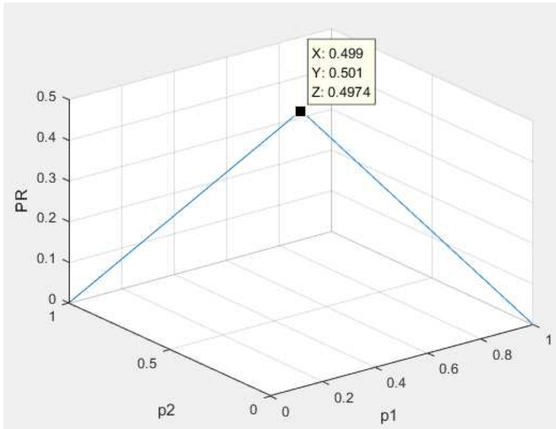


그림 6. 생산성 함수 (N=100).

## Ⅲ. 결론

본 논문에서는 두 개의 베르누이 확률 분포를 따르는 기계로 구성된 생산 라인에서의 생산성 최적화 문제를 설계하였다. 최적화 문제에서 생산성 함수가 p1, p2에 대한 동등 제한 조건을 가질 때 오목 함수가 되므로 생산성을 최대로 하는 p1과 p2가 존재함을 알 수 있었다.

시뮬레이션에서, p1과 p2가 같은 값을 가질 때 생산성이 최대가 되었고, N이 커질수록 생산성의 최댓값이 p1, p2와 같은 값으로 수렴함을 보여주었다.

이 후 진행될 연구는 다중 기계 생산 라인에 대한 최적화 문제 설계이다.

## ACKNOWLEDGMENT

This work was supported by the DGIST R&D Program of the Ministry of Science, ICT and Future Planning(19-EE-01)

## 참 고 문 헌

[1] Jingshan Li, Semyon M.Meerkov. "Production systems engineering," Springer, 2009.

[2] Stephen Boyd, Lieven Vandenberghe, “Convex optimization,” Cambridge, 2018.